

Задание необходимо выполнить в срок до 11.05.2020 и выслать в электронном виде на e-mail: uor_ovr@mail.ru

ФИО обучающегося _____

Группа _____

Дата занятия: 06.05.2020 и 08.05.2020

Тема занятия: Нахождение числовых характеристик дискретных случайных величин

Что необходимо сделать: Прочитать теоретические сведения и письменно ответить на следующие вопросы:

- 1. Что называется математическим ожиданием дискретной случайной величины? Формула математического ожидания.**
- 2. Какие свойства математического ожидания вы знаете?**
- 3. Что называется дисперсией? Формула для вычисления дисперсии.**
- 4. Как находится среднее квадратическое отклонение?**
- 5. Какими свойствами обладает дисперсия?**
- 6. Какими свойствами обладает среднее квадратическое отклонение?**
- 7. Переписать в тетрадь разобранные примеры №№ 1 – 3**
- 8. Выполнить в тетради все задания из содержания практической работы (выделены желтым цветом) (опираясь на изученный выше материал)**

Тема: «Нахождение числовых характеристик дискретных случайных величин»

Теоретические сведения.

К важнейшим числовым характеристикам случайной величины относятся математическое ожидание и дисперсия.

Математическим ожиданием дискретной случайной величины x называется произведение всех её возможных значений на их вероятности:

$$M(x) = \sum_{i=1}^n x_i p_i$$

Свойства математического ожидания:

- математическое ожидание постоянной равно самой постоянной:

$$M(C) = C$$

- постоянный множитель можно выносить за знак математического ожидания:

$$M(Cx) = C * M(x)$$

- математическое ожидание суммы случайных величины равно сумме математических ожиданий слагаемых:

$$M\left(\sum_{i=1}^n x_i\right) = \sum_{i=1}^n M(x_i)$$

- математическое ожидание произведения независимых случайных величин равно произведению математических ожиданий сомножителей:

$$M(x_1 * x_2 * \dots * x_n) = M(x_1) * M(x_2) * \dots * M(x_n)$$

Дисперсией случайной величины x называется математическое ожидание квадрата отклонения случайной величины от её математического ожидания:

$$D(x) = M((x - M(x))^2) \text{ или } D(x) = M(x^2) - (M(x))^2$$

Среднеквадратическое отклонение: $\sigma = \sqrt{D(x)}$

Свойства дисперсии:

- дисперсия постоянной равно нулю:

$$D(C) = 0$$

- постоянный множитель можно выносить за знак дисперсии, возведя его в квадрат:

$$D(Cx) = C^2 * D(x)$$

- дисперсия суммы (разности) случайных величины равно сумме дисперсий слагаемых:

$$D\left(\sum_{i=1}^n x_i\right) = \sum_{i=1}^n D(x_i)$$

Свойства среднеквадратического отклонения:

- $\sigma(C) = 0$

- $\sigma(Cx) = |C| * \sigma(x)$

Пример 1. Закон распределения случайной величины задан таблично. Найти $p(x < 2)$, $p(x > 4)$, $p(2 \leq x \leq 4)$, математическое ожидание, дисперсию и среднеквадратическое отклонение.

x_i	1	2	3	4	5
p_i	0,1	0,2	0,4	0,2	0,1

Решение. $p(x < 2) = 0,1$;

$p(x > 4) = 0,1$;

$p(2 \leq x \leq 4) = 0,2 + 0,4 + 0,2 = 0,8$;

$M(x) = 1 * 0,1 + 2 * 0,2 + 3 * 0,4 + 4 * 0,2 + 5 * 0,1 = 3$;

$D(x) = 1^2 * 0,1 + 2^2 * 0,2 + 3^2 * 0,4 + 4^2 * 0,2 + 5^2 * 0,1 - 3^2 = 1,2$

$\sigma(x) = \sqrt{1,2} = 1,095$

Пример 2. Фермер считает, что, принимая во внимание различные потери и колебания цен, он сможет выручить не более 60 центов за десяток яиц и потерять не более 20-ти центов за десяток и что вероятности возможных выигрышей и потерь таковы:

цена за 10 яиц	0,6	0,4	0,2	0	-0,2
P	0,2	0,5	0,2	0,06	0,04

Как оценить ожидаемую прибыль от продажи десятка яиц; от ожидаемых им в этом году 100000 яиц?

Решение. x – случайная, прибыль от продажи 10 яиц.

$$M(x) = 0,6 * 0,2 + 0,4 * 0,5 + 0,2 * 0,2 + 0 * 0,06 - 0,2 * 0,04 = 0,352$$

$$M(10000x) = 10000 * 0,352 = 3520 \text{ \$}$$

$$D(x) = 0,6^2 * 0,2 + 0,4^2 * 0,5 + 0,2^2 * 0,2 + 0^2 * 0,06 + (-0,2)^2 * 0,04 - 0,352^2 = 0,037696$$

$$\sigma(x) = \sqrt{0,037696} = 0,194154578$$

$$D(10000x) = 10000^2 * D(x) = 19415457,76$$

$$\sigma(x) = \sqrt{19415457,76} = 4403,23$$

Пример 3. Найти среднее квадратичное отклонение случайной величины X , заданной следующим законом распределения:

X	2	4	6	8
P	0.2	0.15	0.35	0.3

Решение.

Найдем математическое ожидание $M(X)$:

$$M(X) = 2 * 0,2 + 4 * 0,15 + 6 * 0,35 + 8 * 0,3 = 5,5$$

Составим закон распределения случайной величины X^2 :

X^2	4	16	36	64
P	0.2	0.15	0.35	0.3

$$M(X^2) = 4 * 0,2 + 16 * 0,15 + 36 * 0,35 + 64 * 0,3 = 0,8 + 2,4 + 12,6 + 19,2 = 35$$

$$D(X) = M(X^2) - M^2(X) = 35 - (5,5)^2 = 35 - 30,25 = 4,75$$

Найдем среднее квадратичное отклонение:

$$\sigma(X) = \sqrt{D(X)} = \sqrt{4,75} = 2,18$$

Порядок проведения работы:

1. Прочитать краткие теоретические сведения, а так же рассмотреть примеры разобранных задач.

Содержание практической работы

1. Дано следующее распределение дискретной случайной величины X

X	1	2	4	5
P	0.31	0.1	0.29	0.3

Найти ее математическое ожидание, дисперсию и среднее квадратичное отклонение, используя формулы для их определения.

2. Дан ряд распределения дискретной случайной величины X :

x_i	10	20	30	40	50	60
p_i	0,24	0,36	0,20	0,15	0,03	0,02

Найти ее математическое ожидание, дисперсию и среднее квадратическое отклонение.

3. Случайная величина X задана следующим законом распределения:

x_i	1	3	6	8
p_i	0,2	0,1	0,4	0,3

найти $M(x)$ – математическое ожидание, $D(x)$ – дисперсию, $\sigma(x)$ – среднее квадратическое отклонение случайной величины

4. Найти среднее квадратическое отклонение случайной величины X , которая задана следующим рядом распределения:

X	2	3	10
P	0,1	0,4	0,5